

# Was sollte man beim Subtrahieren vom Addieren wissen?

Esther Finster & Katja Rochmann

Das Pluszeichen ist das Symbol für das Zusammenfügen von Teilen zu einem Ganzen, das Minuszeichen steht für das Herauslösen von Teilen aus einem Ganzen. Das Verständnis dieses Teile-/Ganzes-Konzepts der Rechenoperationen ist eine Voraussetzung für sicheres Subtrahieren und die spätere Anwendung flexibler Lösungsstrategien.

<b>GEBIET:</b>	Operationen
<b>LERNBEREICH:</b>	Den Zusammenhang von Addition und Subtraktion verstehen
<b>SCHULJAHR:</b>	1./2.
<b>SOZIALFORM:</b>	Arbeit im Klassenverband, Förderunterricht
<b>ZEITBEDARF:</b>	3–4 Unterrichtsstunden, danach immer mal wieder aufgreifen



- ▶ 132 Aufgabenkarten **Einspluseins/Einsminuseins**. Die Aufgabenkarten sollten auf 160-g-Papier kopiert und anschließend ausgeschnitten werden. Mit den Karten können u. a. Übungen zur Ermittlung von Umkehraufgaben durchgeführt werden. Die Karten, die nur eine Zahl zeigen, können genutzt werden, um die Aufgabenkarten zu sortieren.

Einspluseins/Einsminuseins			
<b>4</b>	$3 + 1 = 4$	$0 + 5 = 5$	$5 - 4 = 1$
$0 + 4 = 4$	$4 - 3 = 1$	$5 + 0 = 5$	$5 - 1 = 4$
$4 + 0 = 4$	$4 - 1 = 3$	$5 - 5 = 0$	$2 + 3 = 5$
$4 - 4 = 0$	$2 + 2 = 4$	$5 - 0 = 5$	$3 + 2 = 5$
$4 - 0 = 4$	$4 - 2 = 2$	$1 + 4 = 5$	$5 - 3 = 2$
$1 + 3 = 4$	<b>5</b>	$4 + 1 = 5$	$5 - 2 = 3$

Lena ist in der zweiten Klasse und geht gerne in die Schule, „wenn nur Mathe nicht wäre“. Mit dem Rechnen ist sie überfordert. Im diagnostischen Interview im Osnabrücker Zentrum für mathematisches Lernen, in dem wir als Dyskalkulie-therapeutinnen tätig sind, ergibt sich im Zahlenraum bis Zehn unter anderem Folgendes:

Lena soll eine Materialhandlung in eine Gleichung übertragen: Zu drei Steckwürfeln werden vier weitere Steckwürfel hinzugefügt. Lena kann die additive Materialhandlung richtig kommentieren, aber beim Umsetzen in die passende Gleichung ist sie unsicher. „Dafür weiß ich zwei Aufgaben,  $4 + 3 = 7$  und  $3 + 4 = 7$ .“ Lena notiert beide Gleichungen. Ist dies möglicherweise noch in einer eben erfolgten Behandlung von Tauschaufgaben im Unterricht begründet, werden anschließend bei der Subtraktion klare Fehlvorstellungen offenbar: Von den sieben Steckwürfeln werden vier entfernt. Lena erkennt darin eine Subtraktion. Ihre Gleichungen lauten „ $4 - 3 = 1$ “ und „ $3 - 4 = 1$ “. Die zweite Gleichung streicht Lena wieder durch. „Die ist falsch. Bei Minus steht immer die große Zahl vorne.“ Zum Beweis klappt Lena drei Finger auf: „Davon kann man nicht vier zurückzählen!“

Lenas Einsicht in Addition und Subtraktion als quantitative Veränderungen von Anzahlen ist nicht altersgemäß ausgebildet. Zwar weiß sie, dass es sich bei der Addition um ein Mehrwerden und bei der Subtraktion um ein Wenigerwerden handelt. Allerdings hat Lena die beiden Operationen nicht über ein Teile-/Ganzes-

Konzept verstanden und kann den Zusammenhang bei der Rechenoperationen nicht nachvollziehen.

Ihren Überlegungen ist zu entnehmen, dass Lena die Bedeutung der Operanden nicht erschlossen hat. Zwei Sachsituationen zu Platzhalteraufgaben machen den Unterschied zwischen erstem und zweitem Summanden für die Addition deutlich:

„Jan will sich für 7 Euro ein Feuerwehrauto kaufen. Er hat schon 3 Euro gespart. Wie viel Geld braucht er noch?“  
Rechnung:  $3 + \_ = 7$

„Jan will sich für 7 Euro ein Feuerwehrauto kaufen. Er hat schon 4 Euro gespart. Wie viel Geld braucht er noch?“  
Rechnung:  $4 + \_ = 7$

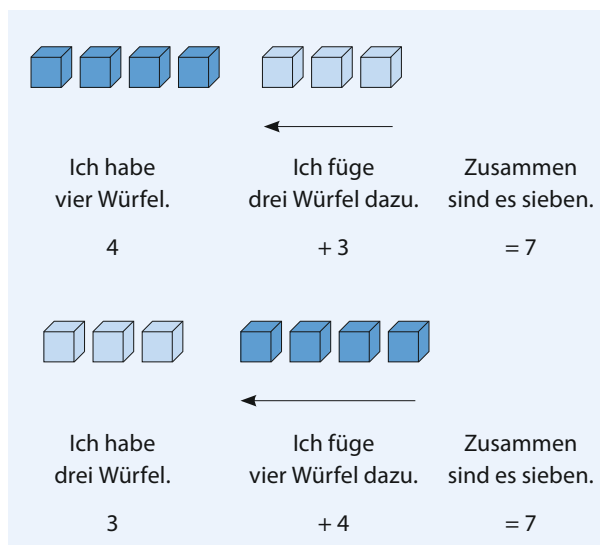
Lena würde sicher nicht behaupten, es sei egal, ob Jan schon drei oder vier Euro gespart hat. In einer Gleichung macht dies für sie jedoch keinen Unterschied, obwohl mit der Gleichung die Alltagssituation „lediglich“ abstrakt mit Zahlen und Rechenzeichen ausgedrückt wird.

Eine Quelle für die Schwierigkeiten von Lena, aber auch von anderen Schülerinnen und Schülern in der ersten Klasse, ist häufig die Einführung der Strichrechnungen: zu ergebnisorientiert! Ohne dass die Kinder die Bedeutung der beiden Summanden bzw. von Minuend und Subtrahend und ihre Verknüpfung durch Rechenzeichen klar unterscheiden, wird sich schon dem Ausrechnen der Ergebnisse zugewendet. Der Wert der Summe bzw. der Differenz wird in den Fokus gerückt, dabei ist das Grundgerüst für dessen Ermittlung noch nicht abgesichert. „Wie viele sind es insgesamt?“ „Wie viele bleiben übrig?“ sind oft die vorrangigen Fragestellungen in Schulbüchern, im Unterricht und zu Hause.

### ► Mit Material legen, Rechnungen notieren – und darüber sprechen!

Damit die Schülerinnen und Schüler die anzahlverändernden Vorgänge bei der Addition und der Subtraktion verstehen, sollten Materialhandlung und abstrakte Notation durch Verbalisierung miteinander verknüpft werden **1**.

Die Stärke von Materialhandlungen ist es, den Prozess der quantitativen Veränderung erfahr- und überprüfbar zu machen. Allerdings ist das Handeln mit Material für sich betrachtet noch nicht erklärend. Damit die Kinder den Inhalt der Veranschaulichung begreifen, müssen



**1** Handlung, Verbalisierung und Notation müssen von Anfang an immer wieder miteinander verknüpft werden

handlungsbegleitende Fragen entwickelt werden. Das Gespräch kann in einer Einzelsituation mit der Lehrkraft oder in Kleingruppen stattfinden.

Wir stellen einige beispielhafte Situationen vor. Zunächst befassen wir uns mit den beiden Operanden:

„Zeige uns  $4 + 3$  mit Plättchen.“ „Woran können wir erkennen, wie viele Plättchen du dazugetan hast?“ „Wo steht das in der Rechnung?“

„Jetzt zeige ich euch eine Aufgabe mit Plättchen und ihr müsst herausfinden, welche Aufgabe es ist.“ (Drei Plättchen liegen auf dem Tisch, vier werden hinzugefügt.) „Woran erkennt ihr, dass ich  $3 + 4$  und nicht  $4 + 3$  gezeigt habe? Was war bei dem, was ich getan habe, genauso wie bei dem, was uns vorher von ... gezeigt wurde?“ (Es wurde eine Anzahl Plättchen hinzugefügt.) „Was habe ich anders gemacht als ...? (Wie viele Plättchen lagen zuerst auf dem Tisch und wie viele wurden dann dazugefügt?)“

„Was wissen wir, wenn wir die Aufgabe  $4 + \_$  sehen?“ So könnte eine weitere Fragestellung im Unterricht lauten. Und eine zweite Frage ließe sich anschließen: „Wissen wir auch schon, wie viele zu vier dazugetan werden? Warum nicht?“

Etwas anders greift die Platzhalteraufgabe  $\_ + 3$  diesen Gedanken auf. „Was wissen wir, wenn wir diese Aufgabe sehen?“ (Zwei Aussagen können wir daraus ableiten: Wie viele bereits zu Beginn vorhanden sind, weiß man nicht. Es lässt sich aber benennen, um welche Anzahl die erste Teilmenge vermehrt wird.)

Ich habe vier Würfel. 4

Ich füge drei Würfel dazu. +3

Zusammen sind es sieben. =7

Ich habe sieben Würfel. 7

Ich schiebe drei Würfel davon weg. -3

Vier Würfel bleiben übrig. =4

**2** Zusammenhang von Addition und Subtraktion: Ein Teil wird hinzugefügt und wieder weggenommen

Ich habe drei Würfel. 3

Ich füge vier Würfel dazu. +4

Zusammen sind es sieben. =7

Ich habe sieben Würfel. 7

Ich schiebe vier Würfel davon weg. -4

Drei Würfel bleiben übrig. =3

**3** Die Tauschaufgabe der Addition erfordert auch eine andere Umkehraufgabe

In den vorgestellten Lerndialogen wurde die Bedeutung des Werts der Summe, des Ganzen, bisher nicht angesprochen. Dies wäre ein nächster Schritt der Vermittlung. Auch hier lohnt es, die Kinder zum Verbalisieren der Informationen anzuhalten. Materialhandlung, Gleichung und Kommentierung bilden eine Einheit und sind nur unterschiedliche Darstellungen desselben Vorgangs. Diese mathematischen Transferleistungen sollten Kinder erkennen und verinnerlichen.

### ► Teile-/Ganzes-Konzept verstehen – Subtraktion erarbeiten

Erklärens- und begreifenswert ist die Frage: Weshalb ist in den Aufgaben  $3 + 4$  und  $4 + 3$  das Ganze gleich groß, wo doch jedes Mal unterschiedlich viele dazugefügt werden? Hier muss das Wissen über Zahlzerlegungen aktiviert werden. Vorbereitend kann dazu folgender Auftrag gegeben werden: „Unterstreiche in den Rechnungen  $3 + 4 = 7$  und  $4 + 3 = 7$  die beiden Teile, die zusammengesetzt werden, mit einem grünen Stift.“ (Es ist sinnvoll, die Begriffe „Teile“ und „Ganzes“ schon bei der Erarbeitung der Zahlzerlegungen zu verwenden und zu erläutern.)

Regen Sie die Kinder anhand dieser Übung an, sich noch einmal folgende Sachverhalte zu vergegenwärtigen: Welche Zerlegung von sieben wird beide Male be-

nutzt? Wo werden bei einer Plusaufgabe die beiden Teile aufgeschrieben und wo das Ganze? Was ist bei beiden Aufgaben gleich? Was ist anders?

An diese Vernetzung des Teile-/Ganzes-Konzepts von Zahlen mit dem Teile-/Ganzes-Konzept von Rechenoperationen knüpft die Erarbeitung der Subtraktion an. Ein Lernschritt, der ganz elementar für die Entwicklung des mathematischen Denkens ist. In unserer lerntherapeutischen Arbeit stellen wir immer wieder fest, dass viele Kinder nur über unzureichende Kenntnisse des Zusammenhangs der Strichrechnungen verfügen. Häufig fehlt ihnen das Verständnis dafür, dass sich aus einer Zerlegung eines Ganzen in zwei Teile nicht nur zwei Plusaufgaben, sondern auch zwei Minusaufgaben ergeben.

Aus der Gesamtmenge „sieben“ und ihrer Zerlegung in die Teilmengen „drei“ und „vier“ können folgende Rechnungen abgeleitet werden:  $4 + 3 = 7$ ,  $3 + 4 = 7$ ,  $7 - 3 = 4$  und  $7 - 4 = 3$ . Erst die (Material-)Handlung bzw. die Gleichung legt die Rolle der beiden Teilmengen und der Gesamtmenge fest. Das Zusammenfügen von zwei Teilen (erster und zweiter Summand) ergibt das Ganze (Wert der Summe) und beim Herauslösen eines Teiles (Subtrahend) aus dem Ganzen (Minuend) bleibt der andere Teil übrig (Wert der Differenz). Addition und Subtraktion sind zwei inverse Operationen im Teile-/Ganzes-Konzept.

Die Grundlage, um Addition und Subtraktion als Umkehroperationen verstehen zu können, ist das Begreifen der Rolle der Operanden. Nur wer über die Sicherheit

## LERNEN BEGLEITEN


### Beobachtungshilfen

- ▶ Wer kann die Bedeutung der Operanden in einer Aufgabe erklären? Wer kann eine passende Materialhandlung vorführen oder beschreiben?
- ▶ Wer kann zu einer Aufgabe die Umkehraufgabe nennen?
- ▶ Wer kann aus der Zerlegung einer Gesamtmenge in zwei Teilmengen zwei Additionen und zwei Subtraktionen ableiten?


### Förderhinweise

Kinder, denen es nicht gelingt, zu einer Gesamtmenge und zwei Teilmengen vier Gleichungen zu finden, bekommen einen Zettel mit den vier Gleichungen und werden aufgefordert, die Teile jeweils mit einem grünen und das Ganze, das aus den beiden Teilen zusammengefügt werden kann, mit einem roten Stift zu unterstreichen. „Weshalb finden wir das Ganze bei minus in der Aufgabe und bei plus nicht?“ „Weshalb stehen beide Teile bei plus in der Aufgabe und bei minus nicht?“ Anschließend legen die Kinder die vier Aufgaben mit Material und kommentieren die Handlung.

Leistungsstarke Kinder sollten begründen, warum zu einer Gesamtmenge und ihren beiden Teilmengen genau vier Aufgaben gehören.

Mit Kindern, die noch Mühe haben, den Wert für einen Platzhalter zu ermitteln, kann folgende Übung durchgeführt werden: Das Kind erhält einen Satz **Aufgabenkarten Einspluseins/Einsminuseins** 

. Die Lehrkraft schreibt eine Platzhalteraufgabe an die Tafel. Die Frage an das Kind lautet: „Mit welcher Aufgabe lässt sich herausfinden, welche Zahl noch fehlt? Finde die Aufgabenkarte.“ (Zu  $\_ - 4 = 3$  soll also die Karte  $3 + 4 = 7$  gezeigt werden.)

Eine weitere Übung dient der Ermittlung von Umkehroperationen: Die **Aufgabenkarten Einspluseins/Einsminuseins**  werden verdeckt und unsortiert auf den Tisch gelegt. Das Kind, das beginnt, deckt zwei Karten auf. Sind es Aufgabe und Umkehraufgabe, darf es die Karten behalten. Ist dies nicht der Fall, werden beide Aufgabenkarten wieder umgedreht. Zu Beginn des Spiels kann vereinbart werden, dass immer nur eine Aufgabenkarte wieder umgedreht wird, die andere offen liegen bleibt. Dies erleichtert den Spielfluss und reduziert die Anforderungen an die Konzentration erheblich. Statt aller Aufgabenkarten können bei den beiden letztgenannten Förderanregungen auch nur ausgewählte Aufgabenkarten eingesetzt werden. Wichtig ist, dass immer alle vier Aufgaben einer Aufgabenfamilie vorhanden sind.

verfügt, dass bei  $4 + 3$  drei dazugefügt werden, kann den Rückschluss nachvollziehen, dass man von sieben wieder drei wegnehmen muss, um die additive Vermehrung aufzuheben **2**. Anschließend ist noch die andere Umkehroperation zu erarbeiten **3**.

### ▶ Ausgangsmenge bestimmen

Eine weitere entscheidende Leistung des Unterrichts in Klasse 1 ist es, den Kindern zu vermitteln, wovon bei der Subtraktion etwas weggenommen wird. An dieser Einsicht haben manche Kinder recht lange zu knacken.

Auch hier können Platzhalteraufgaben hilfreich sein. Wir setzen diese Art von Aufgaben in der Lerntherapie gerne ein, weil sie eine „Analyse“ der Aufgabenstellung erfordern und rein schematisch meist nicht zu lösen sind.

„Was wissen wir, wenn wir diese Aufgabe sehen:  $\_ - 4 = 3$ . Was wissen wir noch nicht?“

Vielleicht gibt es Kinder in der Klasse, die spontan erwidern: „Da weiß man doch alles. Wenn man vier und drei zusammenfügt, dann weiß man, wovon vier weggenommen wurden. Von sieben.“ Diese Kinder erkennen den inversen Zusammenhang von plus und minus: Eine Rechenoperation kann durch die zugehörige Umkehroperation rückgängig gemacht werden. Andere Kinder müssen dies noch lernen (s. **KASTEN**). Sie erwidern vielleicht: „Es fehlt die Zahl vorne“, ohne „die Zahl vorne“ als Gesamtmenge von vier und drei zu erfassen. Dann werden verschiedene „Zahlen vorne“ ausprobiert. Diese Strategie mag im kleinen Zahlenraum zu richtigen Ergebnissen führen, wenngleich mit unangemessenem Aufwand. Der erweiterte Zahlenraum ist mit ihr nicht zu bewältigen.